Study on Credit Rating Model of China's listed Companies Based on the Optimal Segmentation Method

Yinan Ning Yunfei Li

China West Normal University School of Mathematics and Information, Nanchong
637009, China

Abstract

Listed companies play a crucial role in the development of China's economy. The accurate evaluation of the credit condition of Listed Companies in China is conducive to better management and healthy development. For this problem, first the samples were scored comprehensively by applying projection pursuit method, so ordered samples were obtained which ensured data comprehensive. Then Fisher optimal segmentation method was used to conduct the clustering analysis of ordered sample. Finally, the credit rating model of Listed Companies in china was obtained. A case study of financial statements of listed companies was also performed.

Keywords

Projection pursuit method; Ordered samples; Cluster analysis; Credit rating

基于最优分割法的我国上市公司信用评级模型研究

甯懿楠 李云飞

西华师范大学数学与信息学院，南充 637009，中国

摘要：上市公司在我国经济的稳健发展中有至关重要的作用，对我国上市公司信用状况进行准确的级别评定有助于公司更好的管理和健康发展。针对这一问题，本文首先运用投影寻踪法对样本进行综合评分，保证了指标数据全面的前提下，基于综合评分形成有序样本，再利用 Fisher 最优分割法对有序样本进行了聚类分析，最终得到了我国上市公司的信用评级模型。最后利用上市公司财务报表数据进行实例分析。

关键词：投影寻踪；有序样本；聚类分析；信用评级

1. 引言

我国是市场经济体制，随着我国市场经济的快速发展，上市公司的良

好信用成了我国市场经济稳健发展的重要前提，而信用评级有助于上市公司防范信用风险，准确的信用级别评定能够大幅度降低事后的管理成本。

信用评级^[1]，又称资信评级，是对评级对象偿还债务的能力和意愿进行综合性的预测与评价，其目的是为了显示评级对象信贷违约风险的大小。在国外，Altman 建立了 Z 计分模型和 ZETA 评分模型来评价违约风险^[2]；J.P 摩根公司提出了信用度量术^[3]；Robert Craig West 将因子分析与 logit 估计相结合，构建了一个新的风险预警模型^[4]；Serpil Canbas 等学者以主成分分析求因子得分，再利用判别分析构建了信用风险预警模型^[5]。在国内，丁东洋等学者基于贝叶斯方法对违约概率和信用评级进行了研究^[6]；史小康等学者将两类有偏 logistic 分布应用在信用评分模型中^[7]；沈霞采用因子分析法和定性打分法对我国 P2P 网贷平台信用进行评级分析^[8]。

在已有的研究中，信用评级大多是建立在定性、定量分析的基础上，采用指标的筛选、权重的确定进行信用评分，再进行信用评级。本文旨在已有研究的基础上，利用能够有效处理非线性、非正态数据的投影寻踪法对样本进行综合评分，基于综合评分对样本进行排序，再利用 Fisher 最优分割法对有序样本进行了聚类分析，最终构建一个新的信用评级模型。

2. 决策矩阵规范化处理

本文旨在对四川 33 家上市公司 $x_i (1 \leq i \leq n), n = 33$ 进行研究；抽取了财务报表中盈利能力、成长能力、偿还能力和营运能力四个方面 50 个指标 $u_j (1 \leq j \leq m), m = 50$ ，称 U 为属性集；报表中各指标的具体数值为 a_{ij} ，构成决策矩阵 $A = (a_{ij})_{n \times m}$ (表 1)：

表 1 决策矩阵 A

	u_1	u_2	$\dots$	u_m
x_1	a_{11}	a_{12}		a_{1m}
x_2	a_{21}	a_{22}		a_{2m}
$\dots$	$\dots$	$\dots$		$\dots$
x_n	a_{n1}	a_{n2}		a_{nm}

决策矩阵规范化实质是数据规范化。数据规范化^[9]是通过将属性数据按某一种变换，将原来的有量纲的值转换为无量纲的值，以此来消除量纲间的影响。由于财务指标有效益型（指标值越大越好）、成本型（指标值越小越好）和固定型（指标值为某个值最好）之分，故按以下变换对指标值进行预处理：

效益型：

$$b_{ij} = \frac{a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}}{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}},$$

$$(1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m) \quad ; \dots\dots\dots(1)$$

成本型：

$$b_{ij} = \frac{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - a_{ij}}{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} a_{ij}},$$

$$(1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m) \quad ; \dots\dots\dots(2)$$

固定型：

$$b_{ij} = 1 - \frac{\max_{1 \leq i \leq n} a_{ij} - a_j}{\max_{1 \leq i \leq n} |a_{ij} - a_j|},$$

$$(1 \leq i \leq n, 1 \leq j \leq m) \quad ; \dots\dots\dots(3)$$

其中 n 是研究对象个数，m 是属性个数， b_{ij} 是标准化后的数据，得到标准化后的判断矩阵 B。

3. 基于投影寻踪法进行样本排序

3.1. 投影寻踪法原理

投影寻踪^[10]是一种分析与处理高维观测数据，特别是针对非正态的高维数据的新型统计方法，其基本思路是将高维的观测数据投影到低维(1-3

维)的子空间上,从而寻找出能够反映原数据结构或者特征的投影,最终达到降维的目的。

利用投影寻踪方法降维步骤^[11]:

(1) 选取线性投影模型。构造维数为 m 的单位向量 $(h_1, h_2, \dots, h_m)$ 为投影方向,其中 m 是指标的个数,则研究对象 i 在一维线性空间的投影值为 y_i , y_i 的计算公式为:

$$y_i = \sum_{j=1}^m h_j b_{ij} (1 \leq i \leq n) ; \dots\dots\dots(4)$$

(2) 构造目标函数。在综合投影值 y_i 时,局部投影点越多且整体上越分散开能最大程度地提取 b_{ij} 的变异信息。故构造投影目标函数 $Q(h) = S(h) \bullet D(h)$,类间距离 $S(h)$ 越大,分布越散开;局部密度 $D(h)$ 越大,局部越集中。其中

$$S(h) = \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y}_h)^2 / (n-1) \right]^{\frac{1}{2}}, \dots(5)$$

$$D(h) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n (R - r_{ij}) f(R - r_{ij}), \dots(6)$$

其中 $\bar{y}_h$ 是投影方向上的均值;
 $r_{ij} = |y_i - y_j| (i, j = 1, 2, \dots, n)$ 为投影值间的距离; R 为局部密度的窗口半径,一般可取 $0.1S(h)$ ^[12]; $f(R - r_k)$ 为单位阶跃函数:

$$f(R - r_{ij}) = \begin{cases} 1, R \geq r_{ij} \\ 0, R < r_{ij} \end{cases} \dots\dots\dots(7)$$

(3) 优化结果。当 $Q(h)$ 取得最大值时所对应的投影方向就是最佳投影方向,即

$$\begin{cases} \max Q(h) = S(h) \bullet D(h) \\ s \bullet t \|h\| = \sum_{j=1}^m h_j^2 = 1 \end{cases} \text{的解。} \dots(8)$$

(4) 根据优化结果求得一维投影值 y_i 。将求得的 h^* 代入(4)式,求得最佳投影值 y_i^* ,实现降维。

3.2. 基于投影寻踪法进行样本排序

依据最佳投影值 y_i^* ,求得上市公司的综合评分 z_i , $z_i = y_i^*$,利用 z 值的大小进行排序,得到有序样本 $X_{(i)} (i = 1, 2, \dots, n)$ 。

4. 上市公司信用评级模型的建立

对有序样本 $X_{(1)}, X_{(2)}, \dots, X_{(n)}$, ($X_{(i)} (i = 1, 2, \dots, n)$ 为 m 维向量),将 n 个样品分为 k 类的方法有 C_{n-1}^{k-1} 种,其中每一种的形式为 $\{X_{(i)}, X_{(i+1)}, \dots, X_{(j)}\}, (j > i)$, Fisher 最优分割法是通过构建一个损失函数,在损失函数意义下求得最佳分割^[13]。

Fisher 最优分割法具体步骤^[14]

(1) 定义类的直径

类的直径

$$D(i, j) = \sum_{t=i}^j (X_{(t)} - \bar{X}_{(G)}) (X_{(t)} - \bar{X}_{(G)}) ,$$

其中 $\bar{X}_{(G)}$ 是某一分类 G 包含的样本 $\{X_{(i)}, X_{(i+1)}, \dots, X_{(j)}\}, (j > i)$ 的均值向量,简记为 $G = \{i, i+1, \dots, j\}$, $\bar{X}_{(G)}$ 的计算公式为 $\bar{X}_{(G)} = \frac{1}{j-i+1} \sum_{t=i}^j X_{(t)}$ 。

(2) 定义分类的损失函数

用 $b(n, k)$ 表示将 n 个有序样本分为 k 类的某一种分类法,简记为:

$$G_1 = \{i_1, i_1 + 1, \dots, i_2 - 1\};$$

$$G_2 = \{i_2, i_2 + 1, \dots, i_3 - 1\};$$

$$\dots\dots\dots$$

$$G_k = \{i_k, i_k + 1, \dots, n\},$$

定义上述分类法的损失函数为:

$$L[b(n, k)] = \sum_{t=1}^k D(i_t, i_{t+1} - 1), \dots\dots(9)$$

当 $L[b(n, k)]$ 最小时,表示各类的离差平方和最小,此时的分类最合理

(3) 寻找最小损失函数
利用以下递推公式寻找最优解:

$$\begin{cases} L[b(n,2)] = \min_{2 \leq j \leq n} \{D(1,j-1), D(j,n)\}, \\ L[b(n,k)] = \min_{k \leq j \leq n} \{L[b(j-1,k-1)] + D(j,n)\} \end{cases}$$
 $(j=2,3,\dots,n) \dots\dots\dots (10)$

(4) 最优解的求解
第一步: 寻找分点 j_k , $s \cdot t$

$$L[b(n,k)] = \min_{k \leq j \leq n} \{L[b(j-1,k-1)] + D(j,n)\}$$

 最小, 求得第 k 类 $G_k = \{i_k, i_k + 1, \dots, n\}$,
 第二步: 找到分点 j_{k-1} , 重复进行
 第一步, 直至找到所有分类。

5. 实例分析

5.1. 研究结果分析

本文以四川上市公司为对象, 筛选在年度财务报表中各指标数据齐全的 33 家上市公司¹进行研究。

通过决策矩阵规范化处理, 利用 matlab 求得当投影指标值 $Q(h)$ 取得最大值 3.0154 时所对应的投影方向 $h^* = (0.14086, 0.14575, 0.079595, 0.17445, 0.18101, 0.1297, 0.1476, 0.10612, 0.14967, 0.11977, 0.18651, 0.071687, 0.18096, 0.05287, 0.09253, 0.15847, 0.060744, 0.0531, 0.070938, 0.11245, 0.032076, 0.22141, 0.15063, 0.18117, 0.13903, 0.10689, 0.18697, 0.13208, 0.22163, 0.21832, 0.18353, 0.072344, 0.11779, 0.17004, 0.12696, 0.0068273, 0.13216, 0.11477, 0.015865, 0.033972, 0.079568, 0.11159, 0.20622, 0.10809, 0.22378, 0.10723, 0.17399, 0.19473, 0.09205, 0.20684)$, 将 h^* 代入(1)式, 求得最佳投影值 y_i^* , 最终得到四川 33 个上市公司得分及排名(表 2), 并通过 y_i^* 的大小关系生成有序样本 $z_{(i)}$ 。

表 2 上市公司得分及排名

公司名称	大通燃气	四川九洲	创维数字
得分/排名	4.07647 1/4	3.65899 5/15	3.55557 2/18
公司名称	新希望	海特高新	富临运业
得分/排名	4.10253 4/3	3.92510 3/6	3.84082 8/8
公司名称	台海核电	天齐锂业	云图控股
得分/排名	3.41897 8/23	3.87837 8/7	3.52440 2/19
公司名称	成都路桥	天翔环境	创意信息
得分/排名	3.18383 6/27	3.46598 5/21	3.69302 7/13
公司名称	迈克生物	四川路桥	易见股份
得分/排名	4.33734 7/2	3.12166 6/29	3.40349 7/24
公司名称	岷江水电	成发科技	通威股份
得分/排名	3.60286 5/17	3.38826 3/25	3.95582 8/5
公司名称	蓝光发展	西昌电力	大西洋
得分/排名	3.71526 3/11	3.81573/ 9	3.81125 8/10
公司名称	川投能源	宜宾纸业	茂业商业
得分/排名	4.53029 3/1	1.43198 6/33	3.67963 6/14
公司名称	东方电气	四川成渝	东材科技
得分/排名	3.49202 5/20	3.21804 6/26	3.70937 7/12
公司名称	和邦生物	*ST 三泰	*ST 天仪
得分/排名	3.60376 4/16	3.42402 8/22	2.77875 3/31
公司名称	*ST 钒钛	*ST 华泽	*ST 金宇
得分/排名	2.77824 8/32	3.17579 7/28	2.77898/ 30

对有序样本 $z_{(i)}, i=1,2,\dots,33$ 进行 Fisher 最优分割, 得到不同分类数 k 的最小损失函数图(图 1):

¹ 以四川 2015-2016 年企业财务报表中无缺失数据的 33 家上市公司为例, 数据源:
<http://money.163.com/>.

图 1 最小损失函数随分类数 K 的变化曲线

由图 1 可以看出，图像在 $k=4-6$ 处有明显转折，根据我国信用风险四分法的需要，故本文选择将上市公司信用等级分成 4 类：Prime-1(P-1)：偿付能力最强，信用最好；Prime-2(P-2)：偿付能力较强，信用较好；Prime-3(P-3)：偿付能力尚可接受，信用一般；Not Prime：不在任何 Prime 评级之内，信用很差^[15]。

根据 Fisher 最优分割找最优解的步骤，根据 matlab 求解最小损失函数可得：

$$L[P(33,4)] = 0.5493(30),$$

$$L[P(29,3)] = 0.5493(19),$$

$L[P(18,2)] = 0.3433(5)$ ，所以得到最终 4 类分类 $G_i (i = 1, 2, \dots, 4)$ ：

$$G_1 = \{z_1, \dots, z_4\}, \quad G_2 = \{z_5, \dots, z_{18}\},$$

$$G_3 = \{z_{19}, \dots, z_{29}\}, \quad G_4 = \{z_{30}, \dots, z_{33}\},$$

从而得到 33 个上市公司的信用评级结果（见表 3）：

表 3 信用评级结果

信用综合得分区间	信用等级	违约样本所占比例
$(3.955828, +\infty)$	P-1	0.00%
$(3.524402, 3.955828]$	P-2	0.00%
$(2.77898, 3.524402]$	P-3	15.38%
$(-\infty, 2.77898]$	Not Prime	100%

根据信用风险四分法可知，从 P-1 级到 Not Prime 级出现信用危机的概率是逐渐增大的，由表 3 结果可以看出，从 P-1 级到 Not Prime 级违约公司所占的比例也逐渐增大，通过表 2、3

可以看出，本文样本中的 ST 公司也完全划分到了 P-3、Not Prime 级中，而且 Not Prime 级 (G_4) 中的样本公司完全是 ST 公司，由此可以看出本文方法对上市公司进行信用评级不仅可以得到与实情相符的评级结果，而且可以得到各个信用等级的得分区间，通过得分区间的划分可以判断某个新的上市公司的信用等级。

5.2. 应用分析

本文考虑到地域差异对财务指标的影响，故选择川渝两地的上市公司进行对比研究，以四川地区的上市公司作为研究对象，将研究结果应用到重庆地区上市公司中，以此来验证本文研究结果。

首先，对重庆数据齐全 14 家上市公司的各财务数据²进行规范化处理，利用 4.1 中所求得的最佳投影方向 h^* ，得到重庆上市公司信用综合得分及排名（表 4）：

表 4 重庆上市公司得分及排名

公司名称	重庆港九	重庆路桥	力帆股份
得分/排名	3.60288/9	3.68114/7	3.27968/12
公司名称	蓝黛传动	川仪股份	迪马股份
得分/排名	3.76096/6	3.58757/10	3.10775/14
公司名称	金科股份	奥瑞德	申宗动力
得分/排名	3.15200/14	3.78445/5	3.95359/3
公司名称	华邦健康	重庆燃气	博腾股份
得分/排名	3.60465/8	3.83646/4	3.56827/11
公司名称	重庆水务	隆鑫通用	
得分/排名	4.28050/1	4.03228/2	

² 以重庆 2015-2016 年的企业财务报表中无缺失数据的 14 家上市公司为例，数据来源：<http://money.163.com/>。

其次, 根据表 3 中信用等级与信用得分区间的一一对应关系, 得到重庆地区上市公司信用评级结果(表 5):

表 5 信用评级结果

信用等级/个数	公司名称
P-1 级/2 个	重庆水务, 隆鑫通用
P-2 级/9 个	重庆港九, 重庆路桥, 蓝黛传动, 川仪股份, 奥瑞德, 申宗动力, 华邦健康, 重庆燃气, 博腾股份
P-3 级/3 个	力帆股份, 迪马股份, 金科股份
Not Prime 级/0 个	无

从表 5 可以看出, 在重庆地区的评级结果中, P-1 级 2 个, P-2 级 9 个, P-3 级 3 个, Not Prime 级 0 个, 处于 P-2 级的公司较多, 重庆地区 14 个上市公司中没有 ST 公司, Not Prime 级中也没有 ST 公司, 结果与实际相符。

6. 结语

本文运用投影寻踪法对样本进行综合评分, 基于综合评分形成有序样本, 再利用Fisher最优分割法对有序样本进行了聚类分析, 为上市公司信用评级提供了新的方法。

致谢

感谢四川省教育厅自然科学重点项目(13ZA0016); 西华师范大学博士科研启动基金(12B025); 西华师范大学英才科研基金项目(17YC381)的资助。

参考文献

- [1] 谢多, 冯光华编著. 信用评级[M]. 北京: 中国金融出版社, 2014.
- [2] E.I. Altman, P.R. Haldeman, P. Narayanan. ZETA Analysis: A New Model to Identify Bankruptcy Risk of Corporations[J]. Journal of Banking and Finance, 1997(1): 29-54.
- [3] J.P. Morgan. Creditmetrics Technical Document[C]. New York, April 2, 1997.
- [4] Robert Craig West. A factor-analytic Approach to Bank Condition[J]. Journal of Banking & Finance, 1985(2).
- [5] Serpil Canbas, Altan Cabuk, Suleyman Bilgin Kilic. Prediction of Commercial Bank Failure Via multivariate Statistical Analysis of Financial Structures: The Turkish Case[J]. European Journal of Operational Research, 2005(2).
- [6] 丁东洋, 周丽莉. 基于贝叶斯方法的信用评级模型构建与违约概率估计[J]. 统计与信息论坛, 2010(第9期).
- [7] 史小康, 常志勇. 两类有偏logistic分布在信用评分模型中的应用[J]. 统计与决策, 2015(第14期): 19-23.
- [8] 沈霞. 我国P2P网贷平台信用评级研究[J]. 西部金融, 2017(第1期): 66-69.
- [9] 李美娟, 陈国宏, 陈衍泰. 综合评价中指标标准化方法研究[J]. 中国管理科学, 2004,12(z1): 45-48.
- [10] 万中英, 王明文, 揭安全, 万剑怡. 投影寻踪模型中投影指标的改进[J]. 江西师范大学学报(自然科学版), 2013(第3期).
- [11] 田铮. 投影寻踪方法与应用[M]. 西安: 西北工业大学出版社, 2008.
- [12] 王硕, 张礼兵, 金菊良. 系统预测与综合评价方法[M]. 合肥: 合肥工业大学出版社, 2006.
- [13] 严广松, 路允芳. 多维有序样本的聚类方法研究[J]. 统计与决策, 2008(第4期): 29-31.
- [14] 高惠璇. 应用多元统计分析[M]. 北京: 北京大学出版社, 2005.
- [15] 黄献. 评级阴谋-看透经济危机真相的第一本书[M]. 北京: 中国友谊出版公司, 2013.